



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ตอนที่หนึ่ง ข้อ 1 – 12 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 4 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

1. กำหนด p และ q เป็นจำนวนเฉพาะ ซึ่ง $0 < p < q$

ถ้า $pq = 80999999$

แล้ว ผลบวกของเลขโดดทุกหลักของจำนวนเฉพาะ q เท่ากับเท่าใด

A. 36

B. 35

C. 27

D. 11

E. 10

2. ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

A. $\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{5} < \sqrt{2}$

B. $\sqrt{2} < \sqrt[3]{5} < \sqrt[3]{3}$

C. $\sqrt[3]{3} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{5}$

D. $\sqrt[3]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

E. $\sqrt{2} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{5}$

สำหรับจำนวนจริง x ใด ๆ

กำหนดให้ $\lfloor x \rfloor$ แทนจำนวนเต็มที่ยกที่สุด ซึ่งมีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับ x

และ $\lceil x \rceil$ แทนจำนวนเต็มที่น้อยที่สุด ซึ่งมีค่ามากกว่า หรือเท่ากับ x

ตัวอย่างเช่น $\lfloor 3 \rfloor = 3$, $\lfloor 6.25 \rfloor = 6$, $\lfloor -6.25 \rfloor = -7$, $\left\lfloor \frac{22}{7} \right\rfloor = 3$

$\lceil 3 \rceil = 3$, $\lceil 6.25 \rceil = 7$, $\lceil -6.25 \rceil = -6$, $\left\lceil \frac{22}{7} \right\rceil = 4$

จงใช้ข้อมูลนี้หาคำตอบคำถามข้อ 3 และ 26

3. ถ้า $a = \frac{\lfloor \pi \rfloor}{\lfloor \pi \rfloor}$, $b = \frac{\lfloor -\pi \rfloor}{\lfloor -\pi \rfloor}$ และ $c = \frac{\lfloor 2\pi \rfloor}{\lfloor 2\pi \rfloor}$

แล้ว ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

A. $a = b$ และ $a = c$

B. $a = b$ แต่ $a < c$

C. $a < b$ แต่ $a = c$

D. $a < b$ และ $a < c$

E. จาก A-D ไม่มีข้อสรุปในข้อใดถูกต้อง

ฝ่ายจัดการแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย

55/36-37 ถนนพญาไท แขวงพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพฯ 10400 โทร.02-6135613

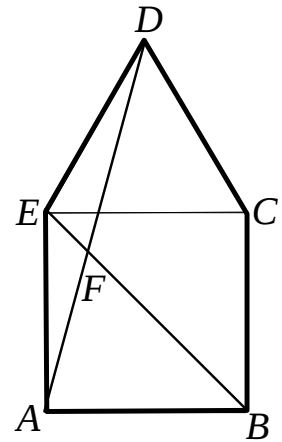
www.tmc Thailand.net , E-mail : tmc Thailand@yahoo.com

การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

4. ถ้ารูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า $ABCDE$ มี $\angle EAB = \angle ABC = 90^\circ$

แล้ว ขนาดของ $\angle ADC$ เท่ากับกี่องศา

- A. 15 B. 22.5 C. 30
D. 37.5 E. 45



5. ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABCD$ มี P เป็นจุดที่อยู่ภายใน ซึ่งทำให้พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABP , สามเหลี่ยม BCP และสามเหลี่ยม CDP เท่ากับ 20, 21 และ 29 ตารางหน่วย ตามลำดับ แล้ว ความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส $ABCD$ เท่ากับกี่หน่วย

- A. $14\sqrt{2}$ B. $28\sqrt{2}$ C. 56
D. 98 E. 196

6. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งมีความยาวของด้านทุกด้านเป็นเลขจำนวนเต็ม และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 5 จะมีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

- A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt{2}$
D. $\frac{\sqrt{15}}{2}$ E. $\frac{\sqrt{15}}{4}$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

7. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 10^5 ซึ่งเป็นกำลังสองสมบูรณ์ และถูกหารด้วย 101 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

- A. 2 B. 3 C. 5
D. 8 E. 10

8. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 100 และถูกหารด้วย 4 เหลือเศษ 1 จะมีทั้งหมดกี่จำนวนที่เป็นจำนวนเฉพาะ

- A. 11 B. 12 C. 13
D. 14 E. 15

9. กิรกฤต ขนิษฐา และคาวี มีเงินอยู่กันคนละจำนวนหนึ่ง
ถ้ากิรกฤตมีเงินมากกว่าขนิษฐาอยู่ 40% และขนิษฐามีเงินมากกว่าคาวีอยู่ 40%
แล้ว อัตราส่วนระหว่างจำนวนเงินที่กิรกฤตมีต่อจำนวนเงินที่คาวีมีเท่ากับเท่าใด

A. 49 : 25 B. 25 : 49 C. 25 : 16
D. 16 : 25 E. จาก A-D ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูก

10. กำหนดให้ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ และ $\overline{IJ}$ แทนจำนวนนับสองหลัก โดยตัวอักษรที่ต่างกันแทนเลขโดดที่ต่างกัน

ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของผลบวกของจำนวนนับสองหลักทั้งห้าจำนวนเท่ากับเท่าใด

- A. 200 B. 180 C. 160
D. 150 E. 120



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

11. ในการแข่งขันอีสปอร์ต (Esport) รายการหนึ่ง ปรากฏว่ามีทีมเข้ารอบสุดท้ายจำนวน 16 ทีม โดยในรอบนี้จะถูกแบ่งออกเป็น 2 สาย คือสาย A และ สาย B สายละ 8 ทีม ซึ่งในแต่ละสายจะต้องแข่งขันกันแบบพบกันหมดทีละหนึ่งครั้ง หมายความว่าแต่ละทีมต้องแข่งกับอีก 7 ทีมที่เหลือที่อยู่ในสายทีละ 1 ครั้ง เพื่อหาทีมที่ทำคะแนนได้ดีที่สุดในแต่ละสาย มาแข่งขันรอบชิงชนะเลิศอีก 1 ครั้ง ฝ่ายจัดการแข่งขันจะต้องจัดทำการแข่งทั้งหมดกี่ครั้งจึงจะได้ทีมชนะเลิศ

- A. 28 B. 29 C. 56
D. 57 E. 61

12. ถ้าผลบวกของจำนวนเฉพาะสามจำนวนที่แตกต่างกัน p, q และ r เท่ากับ 20 แล้ว ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของผลคูณ $p \times q \times r$ คือ

A. 34 B. 90 C. 130
D. 154 E. 162

ตอนที่สอง ข้อ 13 – 24 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 6 คะแนน

ไม่ตอบได้คะแนนข้อละ 1.5 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

13. จำนวนจริงที่แตกต่างกัน ซึ่งเป็นคำตอบของสมการ $((x^2 + 2)^2 + 5)^2 = 63$ มีทั้งหมดกี่จำนวน

A. 0 B. 2 C. 4
D. 6 E. 8



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

14. ค่าในข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนเต็ม

A. $\sqrt{40 + \sqrt{40 + \sqrt{40 + \dots}}}$

B. $\sqrt{42 + \sqrt{42 + \sqrt{42 + \dots}}}$

C. $\sqrt{44 + \sqrt{44 + \sqrt{44 + \dots}}}$

D. $\sqrt{46 + \sqrt{46 + \sqrt{46 + \dots}}}$

E. $\sqrt{48 + \sqrt{48 + \sqrt{48 + \dots}}}$

15. ถ้า $(x^2 - x + 1)(x^3 - x + 1)(x^5 - x + 1)$

$$= x^{10} - x^9 + Ax^8 + Bx^7 - 3x^6 + 3x^5 - x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 1$$

สำหรับทุกค่าของจำนวนจริง x

แล้ว ค่าของ $A^2 + B^2$ เท่ากับเท่าใด

A. 2

B. 4

C. 5

D. 8

E. 13

16. กำหนด $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แนบอยู่ในวงกลม ซึ่งมีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง

ถ้า $\angle DAB = 108^\circ$ และ $\angle ACD = 23^\circ$

แล้ว ขนาดของ $\angle OAB$ เท่ากับกี่องศา

A. 41°

B. 42°

C. 43°

D. 44°

E. 46°



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

17. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง
มี D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ AC ตามลำดับ ซึ่งทำให้ $\overline{DE}$ ขนานกับ $\overline{BC}$
ถ้าพื้นที่ของสามเหลี่ยม ADE และสามเหลี่ยม CED เท่ากับ 75 และ 45 ตามลำดับ
แล้ว พื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC เท่ากับเท่าใด
- A. 165 B. 180 C. 192
D. 200 E. 210
18. ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวของฐาน ความกว้างของฐาน และความสูงเป็นเลข
จำนวนเต็มในหน่วยเซนติเมตร
ถ้าเส้นทแยงมุมเส้นที่ยาวที่สุดของปริซึมรูปนี้มีความยาวเท่ากับ 19 เซนติเมตร
แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นไปได้ของความยาว ความกว้าง หรือความสูง ค่าใด ค่าหนึ่ง ของปริซึมรูปนี้
- A. 12 B. 11 C. 10
D. 9 E. 8
19. จงหาเศษที่เกิดจากการหาร $\underbrace{999 \dots 99}_{99} \cdot \underbrace{999 \dots 99}_{100} \cdot \underbrace{999 \dots 99}_{101}$ ด้วย 64
- A. 1 B. 31 C. 33
D. 63 E. จาก A-D ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n

ให้ $S(n)$ คือผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนเต็มบวก n

เช่น $S(29) = 2 + 9 = 11$

จงใช้ข้อมูลนี้หาคำตอบคำถามข้อ 20 และ 21

20. ถ้า N เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่งทำให้ $S(N) = 2563$

แล้ว จงหาค่าของ $S(N + 1)$

A. 8

B. 9

C. 2562

D. 2564

E. จาก A-D ไม่มีตัวเลือกในข้อใดถูกต้อง

21. ถ้า $N = \overline{aaaa}$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่หลักที่มากที่สุด ซึ่งจำนวนของตัวหารที่เป็นบวกทั้งหมดของ N เท่ากับ 16 จำนวน

แล้ว ค่าของ $S(N + 2)$ เท่ากับเท่าใด

A. 34

B. 32

C. 30

D. 26

E. 25

22. วันศุกร์ที่ 13 ถือเป็นวันโชคร้ายในความหมายตะวันตก เกิดเมื่อวันที่ 13 ของเดือนในปฏิทินเกรโกเรียนที่ตรงกับวันศุกร์ ซึ่งเกิดได้น้อยอย่างน้อยหนึ่งครั้งต่อปี แต่อาจมีได้ถึงสามครั้งต่อปี

นั่นคือ ในแต่ละปีจะมีอย่างน้อยหนึ่งเดือน และอย่างมากสามเดือน ซึ่งมีวันที่ 13 ตรงกับวันศุกร์

ก, ข และ ค ทั้งสามคนเกิดปีเดียวกัน และเกิดวันที่ 13 เหมือนกัน

แต่เกิดคนละเดือนกัน ซึ่งเดือนเกิดของคนทั้งสามเป็นเดือนที่อยู่เรียงติดกัน ตามลำดับ

ถ้าวันเกิดของ ก และ ข ตรงกับวันศุกร์

แล้ว วันเกิดของ ค ตรงกับวันใดของสัปดาห์

A. วันเสาร์

B. วันอาทิตย์

C. วันจันทร์

D. วันอังคาร

E. วันพุธ



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ให้นักเรียนศึกษาข้อมูลต่อไปนี้อย่างละเอียดเพื่อใช้ในการตอบคำถามข้อที่ 23 ถึง 25

การเข้ารหัสตัวอักษร (Character Cipher)

ในเทศกาลขึ้นปีใหม่ ค.ศ. 2020 นี้คุณครูประจำชั้นได้ให้นักเรียนทำกิจกรรมอย่างหนึ่ง คือให้นักเรียนแต่ละคนเขียนข้อความลงในบัตรอวยพรส่งให้กับเพื่อนๆ ในห้อง ซึ่งจะมีบางข้อความเป็นความลับ ที่รู้กันเฉพาะเพื่อนร่วมชั้นและคุณครูเท่านั้น บางข้อความที่เขียนจึงเป็นข้อความที่มีการเข้ารหัส และได้ตกลงกับนักเรียนในชั้นเรียน ให้มีการเข้ารหัส และถอดรหัส โดยมีรายละเอียดของข้อมูล ดังนี้

กำหนดให้ใช้ตารางที่ 1 แสดงเลขตัวอักษรกับเลขรหัสแทนตัวอักษรแต่ละตัว

ตัวอักษร	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
เลขรหัส	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

ตัวอักษร	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
เลขรหัส	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

ตารางที่ 1

การเข้ารหัส (Encryption)

ผู้ส่งข้อความ มีขั้นตอนในการเข้ารหัสข้อความดังนี้

ขั้นที่ 1 : นำข้อความปกติ (Plain text) ที่ต้องการส่ง แปลงตัวอักษรแต่ละตัวเป็นเลขรหัสตามตารางที่ 1

ขั้นที่ 2 : ทำการบวกเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัวด้วย 3 ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่าตัวเลขเข้ารหัส แต่ในกรณีที่ผลบวกที่ได้มีค่ามากกว่า 25 ให้นำ 26 ไปลบ เพื่อให้ผลลัพธ์ที่เป็นเลขรหัสที่น้อยกว่า 26 ตัวอย่างเช่น

- ตัวอักษร H มีเลขรหัสคือ 7 เมื่อบวกด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 10 เป็นเลขที่ได้จากการเข้ารหัสของ H
- ตัวอักษร Z มีเลขรหัสคือ 25 เมื่อบวกด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 28 ซึ่งมากกว่า 25 ให้นำ 26 ไปลบ ได้ 2 (ซึ่งเกิดจาก $28 - 26$) เป็นเลขที่ได้จากการเข้ารหัสของ Z

ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเข้ารหัสแต่ละตัวกลับเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1 อีกครั้ง
ผลลัพธ์ของข้อความที่ได้เรียกว่า “ข้อความเข้ารหัส” (Cipher text)



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ตัวอย่างการเข้ารหัสข้อความ

ข้อความปกติ	T	H	A	I
ขั้นที่ 1 : หาเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัว	19	7	0	8
ขั้นที่ 2 : บวกเลขรหัสแต่ละตัวด้วย 3	22	10	3	11
ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1	W	K	D	L

จากตัวอย่างการเข้ารหัสข้างต้น กำหนดให้ “THAI” เป็นข้อความปกติ

เมื่อเข้ารหัสแล้ว ข้อความเข้ารหัสของ “THAI” คือ WKDL

การถอดรหัส (Decryption)

ผู้รับข้อความ มีขั้นตอนในการถอดรหัสดังนี้

ขั้นที่ 1 : นำข้อความเข้ารหัส (Cipher text) ซึ่งได้รับมาแปลงตัวอักษรแต่ละตัวเป็นเลขรหัสตามตารางที่ 1

ขั้นที่ 2 : ทำการลบเลขรหัสแทนอักษรแต่ละตัวลบออกด้วย 3 ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่าเลขถอดรหัส แต่ในกรณีที่ตัวตั้งมีค่าน้อยกว่า 3 ให้นำ 3 ไปลบออกจาก 26 เพื่อให้ผลลัพธ์เป็นเลขรหัสที่น้อยกว่า 26

ตัวอย่างเช่น

- ตัวอักษร H มีเลขรหัสคือ 7 เมื่อลบด้วย 3 ได้ผลลัพธ์คือ 4 เป็นเลขถอดรหัส
- ตัวอักษร A มีเลขรหัสคือ 0 มีค่าน้อยกว่า 3 ให้ 3 นำไปลบออกจาก 26 ได้ 23 (ซึ่งเกิดจาก $26 - 3$) เป็นเลขถอดรหัส

ขั้นที่ 3 : ทำการแปลงตัวเลขถอดรหัสแต่ละตัวเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1 อีกครั้ง

ผลลัพธ์ของข้อความที่ได้คือ “ข้อความปกติ” (Plain text) ซึ่งเป็นข้อความที่ต้องการส่ง

ตัวอย่างการถอดรหัสข้อความ

ข้อความเข้ารหัส	E	D	Q	J	N	R	N
ขั้นที่ 1 : หาตัวเลขแทนอักษรแต่ละตัว	4	3	16	9	13	17	13
ขั้นที่ 2 : ลบตัวเลขแต่ละตัวด้วย 3	1	0	13	6	10	14	10
ขั้นที่ 3 : แปลงตัวเลขเป็นตัวอักษรตามตารางที่ 1	B	A	N	G	K	O	K

จากตัวอย่างการถอดรหัสข้างต้น กำหนดให้ “EDQJNRN” เป็นข้อความเข้ารหัส

เมื่อถอดรหัสแล้ว ข้อความปกติของ “EDQJNRN” คือ BANGKOK



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

กำหนดให้ จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความ หมายถึง จำนวนเต็มที่ได้จากการนำเลขรหัสของตัวอักษรแต่ละตัวในข้อความมาเรียงจากซ้ายไปขวา (เลขรหัสได้ในตารางที่ 1)

ตัวอย่างเช่น

- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความ “THAI” คือ 19708 (หาจากเลขรหัสของ THAI)
- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความเข้ารหัสของ “THAI” คือ 2210311 (หาจากเลขรหัสของ WKDL)
- จำนวนเต็มที่ได้จากข้อความปกติของ “WKDL” คือ 19708 (หาจากเลขรหัสของ THAI)

23. ให้ทำการเข้ารหัสคำว่า “MATHEMATICS”

ให้ p แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “MATHEMATICS”

จงหาว่า p มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่ตัว

ตัวอย่างเช่น 2563 มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมด 4 ตัว ได้แก่ 2, 3, 5, 6

2020 มีเลขโดดในแต่ละหลักที่แตกต่างกันทั้งหมด 2 ตัว ได้แก่ 0, 2

- | | | |
|------|------|------|
| A. 4 | B. 5 | C. 6 |
| D. 7 | E. 9 | |

24. ให้ทำการเข้ารหัสคำว่า “WORLD” กับ “TIME”

ให้ x แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “WORLD”

และ y แทนจำนวนเต็มที่ได้จาก ข้อความเข้ารหัสของ “TIME”

เลขโดดในข้อใดต่อไปนี้ไม่ปรากฏในผลลัพธ์ของ $x + y$

- | | | |
|------|------|------|
| A. 1 | B. 3 | C. 5 |
| D. 7 | E. 9 | |



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ตอนที่สาม ข้อ 25 – 29 ตอบถูกได้คะแนนข้อละ 7 คะแนน

ตอบผิด หรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

25. กำหนดประโยค Some student hope to get “FKDPSLRQ” award in this contest

โดยที่คำว่า “FKDPSLRQ” เป็นข้อความเข้ารหัส

เมื่อถอดรหัสแล้ว ได้ข้อความปกติของ “FKDPSLRQ”

ให้ q แทนจำนวนเต็มที่ได้จากข้อความปกติของ “FKDPSLRQ”

จงหาค่าของ q

26. จงหาค่าของ $\left\lfloor \frac{25^3}{26^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{26^3}{27^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{27^3}{28^2} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{61^3}{62^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{62^3}{63^2} \right\rfloor$

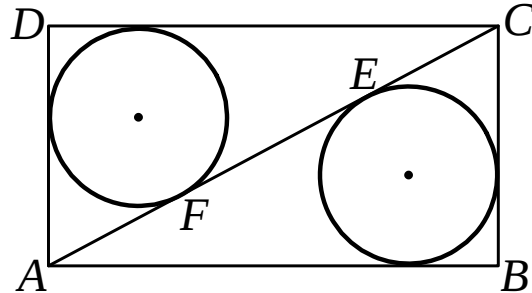
การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

27. สี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCD$ มี $AB = 45$ และ $BC = 24$

วงกลมแนบในสามเหลี่ยม ABC สัมผัสด้าน CA ที่จุด E

และวงกลมแนบในสามเหลี่ยม ADC สัมผัสด้าน CA ที่จุด F

จงหา EF



28. จำนวนพาลินโดรม คือจำนวนเต็มบวก ซึ่งเมื่อเขียนตัวเลขในแต่ละหลักสลับจากหลังไปหน้า จะได้จำนวนที่มีค่าเท่าเดิม ตัวอย่างเช่น 13431, 2552 และ 77 เป็นจำนวนพาลินโดรม

จำนวนพาลินโดรมหกหลักมีทั้งหมดกี่จำนวน ซึ่งถูกหารด้วย 11 ลงตัว

29. ถ้า a, b, c, d และ e เป็นจำนวนเต็มบวก ที่สอดคล้องกับสมการ

$$(a^2 + b^2 + c^2)(d^2 + e^2) = 2562$$

แล้ว จงหาค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของ $a + b + c + d + e$



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

ข้อโบนัส นักเรียนเลือกทำ หรือไม่ทำก็ได้

ถ้าตอบถูกได้ 20 คะแนน ตอบผิดได้ -7 คะแนน ไม่ตอบได้ 0 คะแนน

ในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม ให้ตอบเป็นจำนวนเต็มที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด และในกรณีที่นักเรียนคำนวณได้คำตอบที่มีค่ามากกว่าห้าหลัก ให้ตอบเฉพาะตัวเลขในห้าหลักสุดท้าย

30. การเรียงลำดับแบบฟอง (Bubble sort) เป็นวิธีการเรียงลำดับข้อมูลวิธีหนึ่ง ที่นิยมใช้สำหรับการเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากหรือมากไปน้อยสำหรับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งมีแนวคิดคืออาศัยการเปรียบเทียบข้อมูลสองตัวที่อยู่ติดกัน โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กำหนดลำดับของตัวเลขชุดหนึ่งคือ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

- เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองกับลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$

(i) เปรียบเทียบค่าของ a_1 กับ a_2 แล้วทำตามเงื่อนไขดังนี้

ถ้า $a_1 > a_2$ ให้สลับเฉพาะค่าของ a_1 กับ a_2 แต่ถ้า $a_1 \leq a_2$ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใดๆ

(ii) เปรียบเทียบค่าของ a_2 กับ a_3 แล้วทำตามเงื่อนไขดังนี้

ถ้า $a_2 > a_3$ ให้สลับเฉพาะค่าของ a_2 กับ a_3 แต่ถ้า $a_2 \leq a_3$ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงใดๆ

...

เปรียบเทียบเช่นนี้กับคู่ต่อไปจนกระทั่งถึงคู่สุดท้าย แล้ว ทำตามเงื่อนไขเสร็จ

ถือว่าจบกระบวนการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

ถ้าลำดับผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเรียงจากน้อยไปมาก แล้ว ถือว่าการเรียงจากน้อยไปมากเสร็จสมบูรณ์

แต่ถ้าลำดับผลลัพธ์ที่ได้ยังมีบางค่าเรียงลำดับจากน้อยไปมากไม่ถูกต้อง ให้เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองอีกครั้ง ทำกระบวนการเรียงลำดับแบบฟองจนกระทั่ง ลำดับผลลัพธ์ที่ได้เรียงจากน้อยไปมากอย่างสมบูรณ์



การแข่งขันคณิตศาสตร์ประเทศไทย ครั้งที่ 8

พิจารณาตัวอย่างการเรียงลำดับแบบฟองดังนี้

กำหนดให้ลำดับเริ่มต้นคือ 3, 4, 1, 2

- เริ่มต้นกระบวนการเรียงลำดับแบบฟอง

(i) เปรียบเทียบค่าของ 3 กับ 4 ในลำดับ 3, 4, 1, 2

เนื่องจาก $3 \leq 4$ จึงไม่มีการเปลี่ยนแปลง $\rightarrow$ ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 4, 1, 2

(ii) เปรียบเทียบค่าของ 4 กับ 1 ในลำดับ 3, 4, 1, 2

เนื่องจาก $4 > 1$ จึงสลับค่ากัน $\rightarrow$ ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 1, 4, 2

(iii) เปรียบเทียบค่าของ 4 กับ 2 ในลำดับ 3, 1, 4, 2

เนื่องจาก $4 > 2$ จึงสลับค่ากัน $\rightarrow$ ลำดับผลลัพธ์ที่ได้คือ 3, 1, 2, 4

จบการเรียงลำดับแบบฟองรอบที่ 1 เกิดการสลับค่ากันรวม 2 ครั้ง (เกิดในขั้นตอนที่ (ii), (iii))

สังเกตว่าเมื่อดำเนินการเรียงลำดับแบบฟองครบ 1 รอบ จำนวนที่มีค่ามากที่สุดจะไปอยู่ในตำแหน่งที่ถูกต้องในรอบนี้คือ 4 (เป็นที่มาของชื่อ การเรียงลำดับแบบฟอง คือ จำนวนที่มีมากที่สุดจะถูกทำให้ลอยขึ้นไปอยู่ที่ตำแหน่งสุดท้ายเหมือนฟองอากาศที่ลอยขึ้น) เมื่อดำเนินการเรียงลำดับแบบฟองอีก 2 รอบ ลำดับที่ได้จะเรียงจากน้อยไปมากอย่างสมบูรณ์

ถ้านำจำนวน 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 มาจัดเรียงแบบสุ่มให้เป็นลำดับที่มี 10 จำนวน

ได้เป็น $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9, a_{10}$ จากนั้นให้ดำเนินการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

จงหาว่ามีรูปแบบของการจัดเรียงที่หลังจากดำเนินการเรียงลำดับแบบฟอง 1 รอบ

แล้ว ลำดับของผลลัพธ์ที่ได้มีค่าของ a_2 ถูกย้ายตำแหน่งไปอยู่ที่ตำแหน่งของ a_6

เฉลยคำตอบ TMC@8 รอบประเมินศักยภาพ

Q	ม.2
1	E
2	D
3	D
4	E
5	B
6	E
7	B
8	A
9	A
10	B
11	D
12	C
13	A
14	B
15	B
16	A
17	C
18	C
19	D
20	A
21	E
22	C
23	C
24	D
25	81413
26	1577
27	21
28	900
29	21
30	86400